

Capitolo 13

Analisi della deformazione del cassone caricato a torsione

E' abbastanza facile riconoscere quelli che han venduto, in un colpo solo, la propria anima al diavolo. E' molto più difficile riconoscere quelli che lo fanno molto più lentamente, quasi a dosi. Questi ultimi sono più numerosi dei primi e spesso più dannosi.

13.1 Geometria, vincolo carichi e deformazioni nel cassone

Si consideri un cassone con quattro correnti e quattro pannelli, sottoposto a momento torcente puro M_t . Tale cassone non è sottoposto a vincolo alcuno, esso è libero di deformarsi nello spazio ed in corrispondenza delle sue due centine.

13.1.1 Sollecitazioni nel caso Semiguscio Ideale

Nella ipotesi di semiguscio ideale lo sforzo normale nei correnti varia in maniera al più lineare. Essendo il cassone libero nello spazio e caricato dal solo momento torcente M_z , le forze normali nei correnti saranno nulle agli estremi e dunque nulle dappertutto. Come conseguenza il flusso q nei pannelli è costante e vale

$$q = \frac{M_t}{2bh}. \quad (13.1)$$

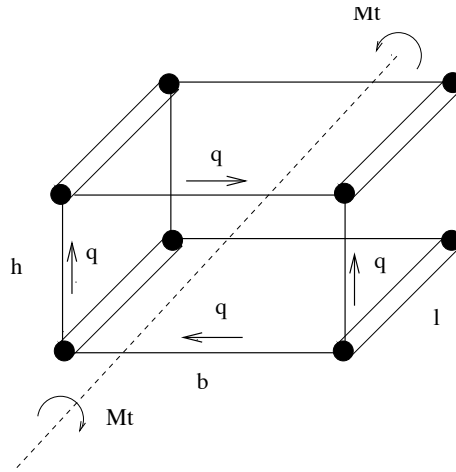


Figura 13.1: Cassone chiuso a quattro pannelli soggetto a torsione pura.

13.1.2 Rotazione delle sezioni

Per effetto del momento torcente nasce una rotazione "torsione" associata al gradiente di torsione:

$$\dot{\Theta} = \frac{pM_t}{4G_s\Omega^2}, \quad (13.2)$$

con

$$p = 2(b + h). \quad (13.3)$$

si ottiene:

$$\dot{\Theta} = \frac{M_t}{2G_s\Omega^2}(b + h). \quad (13.4)$$

Si noti che la torsione è inversamente proporzionale ad Ω e direttamente proporzionale al momento torcente ed alla somma $(b+h)$.

13.1.3 Svergolamento

Determinata la torsione del cassone (che per comodità di disegno è stata omessa nella grafica delle figure che seguiranno), si ponga la seguente domanda: *nella condizione di carico esaminata la sezione generica del cassone (ad esempio quella corrispondente ad una delle due centine) resta piana?* Si anticipa e si intuisce che la risposta è no. Il cassone cioè si 'svergola', come descritto nel proseguo.

13.2 Calcolo svergolamento Λ

Per calcolare lo svergolamento, indicato con Λ , si consideri un sistema di forze equilibrato come quello rappresentato in figura 13.2. Tale sistema di forze unitarie appli-

cate ai correnti, nella direzione dei correnti stessi ed in verso alternato, ha la seguente proprietà:

1. se la sezione subisce uno spostamento rigido, il lavoro che tale sistema di forze compie è nullo;
2. tale lavoro non è nullo se e solo se la sezione non rimane piana o in altre parole *si svergola*.

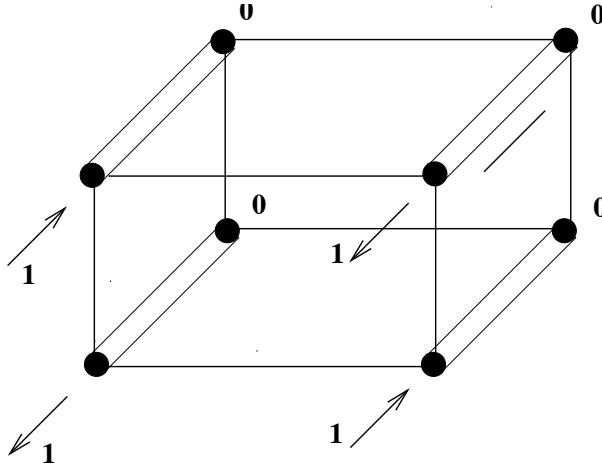


Figura 13.2: *Sistema esploratore.*

Risulta intuitivo rendersi conto di quanto ai punti 1 e 2. Per provarlo basta applicare il principio dei lavori virtuali:

$$\delta L_i^{ab} = \sum_{i=1}^4 \delta L_c^{ab} + \sum_{i=1}^4 \delta L_p^{ab}. \tag{13.5}$$

Il sistema 'a' è il sistema esploratore, autoequilibrato mentre i sistemi 'b' sono quelli relativi agli spostamenti rigidi ipotizzati. Per tutti tali sistemi rigidi si verifica facilmente, con semplici considerazioni geometriche che essendo le forze unitarie uguali ed opposte si avrà sempre:

$$\delta L_i^{ab} = 0. \tag{13.6}$$

Infatti nel caso di traslazione pura si ha:

$$\delta L_i^{ab} = 1u_A - 1u_B + 1u_C - 1u_D, \tag{13.7}$$

ed essendo per tale deformazione:

$$u_A = u_B = u_C = u_D, \tag{13.8}$$