

Capitolo 9

Miglioramento di soluzioni approssimate: introduzione ai sistemi migliorativi o correttivi

Per quanto si possa godere delle cose proprie è utile essere consci che altri potrebbero godere almeno altrettanto per le loro.

L'idea presentata in questo capitolo è centrale nel calcolo delle strutture ed in generale in ogni problema della fisica. Conoscere una metodologia 'migliorativa' che fornisca la possibilità di migliorare una soluzione ottenuta con l'applicazione di un metodo approssimato, è davvero il desiderio di ogni ingegnere.

Spesso, per esemplificare la trattazione, il termine 'migliorativo' è sostituito con l'aggettivo meno appropriato di 'correttivo'. Tale aggettivo rafforza il concetto, esso però non è del tutto appropriato, in quanto le soluzioni comunque 'migliorate' necessitano ancora di ulteriori 'miglioramenti' e la correzione non è quasi mai totale e completa.

Purtroppo, non per tutti i problemi della fisica si dispone di trattazioni 'migliorative'. Nella teoria della strutture uno sforzo, rimasto ineguagliato, è quello sviluppato dal Professor Placido Cicala, del Politecnico di Torino, attraverso le formulazioni asintotiche per strutture piastre a guscio sia in campo lineare e soprattutto in campo non lineare¹.

Si avverte il lettore che non è per nulla banale stabilire se una teoria II, pensata per migliorare una teoria I, sia davvero tale. La letteratura è piena di esempi che mostrano la difficoltà dell'introduzione di un miglioramento effettivo.

¹Placido Cicala, Systematic Approach to Shell Linear Theory, AIMETA Research Report N.6, 1977.

9.1 Generalità sul problema tridimensionale e sue risoluzioni approssimate

Una prima schematizzazione di un problema delle strutture lo si ottiene attraverso la introduzione della teoria dei continui nell'ipotesi di linearità ed elasticità. Questo schema, pur essendo alquanto lontano dalla fisica, è uno di quelli più usati nell'ambito del calcolo delle strutture aerospaziali.

Le equazioni di governo associate alla teoria dei continui deformabili o teoria dell'elasticità sono:

1. le equazioni indefinite di equilibrio;
2. le equazioni di compatibilità;
3. le relazioni costitutive o, fisiche del materiale in esame (legge di Hooke).

L'insieme di queste equazioni possono essere risolte in forma analitica in pochissimi casi particolari. Nel caso generale, esse sono risolte solo in maniera approssimata. Le soluzioni associate, essendo approssimate, violano in qualche maniera una o più delle equazioni di governo 1-3. Tale violazione può essere qualificata come:

1. violazione di una condizione di equilibrio;
2. violazione di una condizione di congruenza.

Soluzioni approssimate si introducono attraverso assunzioni sugli spostamenti, sulle tensioni o su una combinazione di queste. Le diverse formulazioni sono di solito indicate come formulazioni agli spostamenti, alle tensioni o miste. Le prime soddisfano² le equazioni di equilibrio, le seconde quelle di compatibilità, le terze una combinazione di queste due. Da ciò nasce la possibilità che la soluzione sia non equilibrata o non congruente. In tale scenario diventa abbastanza interessante correggere soluzioni per tentare di ristabilire, anche se parzialmente, compatibilità e/o equilibrio.

L'ambito di questo testo è limitato alla teoria elementare delle strutture a guscio rinforzato, per le quali la correzione sarà spesso correzione della soluzione 'trave a semiguscio'. Per i casi iperstatici lo strumento 'migliorativo' a cui si farà riferimento è il principio dei lavori virtuali (PLV).

9.2 Correzione di difetti di equilibrio: esempio elementare

Al fine di illustrare, in maniera semplice, l'utilità ed il fondamenti dei sistemi correttivi si consideri un problema isostatico relativa alla struttura a semiguscio rappresentata in figura. Questa è costituita ancora da tre correnti e due pannelli di uguali dimensioni; caricata da una forza P , applicata in corrispondenza del corrente centrale, che agisce

²in forma debole o forte.

nel piano dei pannelli stessi. La struttura è vincolata in corrispondenza dei due correnti di estremità; il corrente centrale è libero di muoversi.

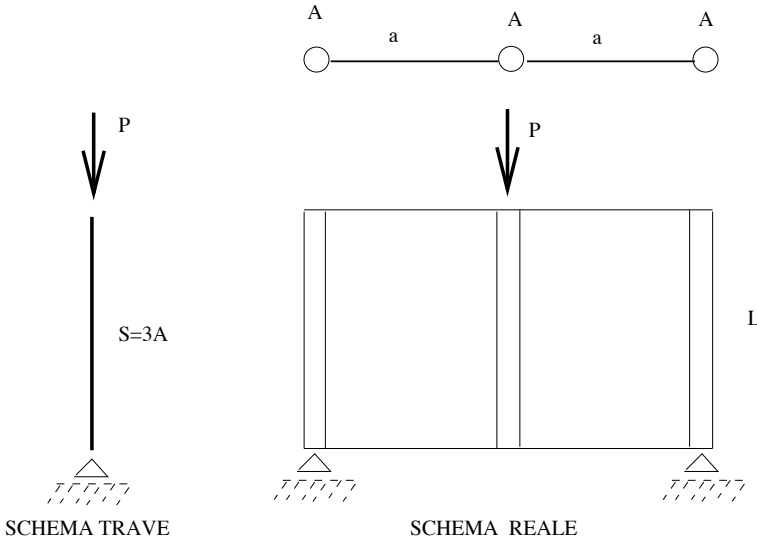


Figura 9.1: *Schema a trave di una struttura a semiguscio.*

9.2.1 Soluzione trave

Si potrebbe, in primissima approssimazione, schematizzare tale struttura con il modello trave, così come indicato nella stessa figura. Tale trave risulta essere sollecitata a sola compressione, di intensità costante lungo l'asse della trave. La tensione normale vale:

$$\sigma = \frac{P}{S}, \tag{9.1}$$

in cui S è la sezione complessiva della trave; i tre correnti sono stati assunti di area costante, dunque:

$$S = 3A \tag{9.2}$$

Secondo tale schema strutturale ogni corrente è sede di uno sforzo assiale

$$P_1 = P_2 = P_3 = \frac{P}{3}. \tag{9.3}$$

Essendo tale sforzo costante segue che il flusso di taglio nei pannelli risulta nullo. La soluzione trave ignora, dunque, l'esistenza dei pannelli. Inoltre, tale soluzione presenta dei difetti di equilibrio in corrispondenza degli estremi liberi dei correnti. I correnti di estremità sono scarichi mentre quello centrale è caricato dalla forza P :

$$\text{sezione superiore } P_1 = P_3 = 0, \quad P_2 = P. \tag{9.4}$$